

Задачи для 1 курса, семестр 2

4. Нелинейные уравнения с интегралами.

Для данного значения параметра α требуется найти решение x указанного уравнения, либо сказать, что для такого α решения нет. Решение надо найти с точностью 8 значащих цифр. При решении надо обосновать почему данная точность достигнута. Решение должно вычисляться быстро.

При решении задачи следует использовать формулы численного интегрирования с автоматическим выбором шага алгоритмы решения уравнений и, возможно, алгоритмы интерполяции. Алгоритм решения следует реализовать так, чтобы не вычислять многократно интегралы по одним и тем же отрезкам (надо воспользоваться аддитивностью определенного интеграла). Отдельного исследования требует выбор точности вычисления интегралов и точности алгоритма решения уравнения. Для устранения особенности в интеграле нужно заменить подинтегральную функцию в окрестности особой точки на асимптотику, для которой интеграл вычисляется явно, и оценить полученную погрешность. Более подробные рекомендации по решению данной задачи см. в отдельном файле.

$$1. \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt = \alpha.$$

$$2. \int_0^x \sqrt{t^4 + \frac{1}{t}} dt = \alpha$$

$$3. \int_0^x \sqrt{t^3 + \frac{1}{t}} dt = \alpha$$

$$4. \int_0^x \sqrt[3]{t^2 + \frac{1}{t^2}} dt = \alpha$$

$$5. \int_0^x \frac{\cos t + 1}{\sqrt[3]{t}} dt = \alpha;$$

$$6. \int_0^x \frac{\sin t}{\sqrt[3]{t-1}} dt = \alpha;$$

$$7. \int_{-x}^x \frac{\cos t}{\sqrt{|1-t^2|}} dt = \alpha;$$

$$8. \int_{-x}^x \frac{\ln(1+t^2)}{\sqrt{|1-t^2|}} dt = \alpha;$$

$$9. \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1+t^3}} = \alpha;$$

$$10. \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1+t^4}} = \alpha;$$

$$11. \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1+t^5}} = \alpha;$$

$$12. \int_0^x \frac{\ln t dt}{\sqrt{1+t^3}} = \alpha;$$

$$13. \int_0^x \frac{\ln t dt}{\sqrt{1+t^4}} = \alpha;$$

$$14. \int_0^x \frac{\ln t dt}{\sqrt{1+t^5}} = \alpha;$$

$$15. \int_0^x \frac{\ln t dt}{t^2-1} = \alpha;$$

$$16. \int_0^x \frac{\ln t dt}{t^3-1} = \alpha;$$

$$17. \int_1^x e^{-t} \ln(t-1) dt = \alpha;$$

$$18. \int_0^x \frac{\sin t}{\ln(t+1)} dt = \alpha;$$

$$19. \int_0^x \frac{1-\cos t}{\ln(t+1)} dt = \alpha;$$

$$20. \int_0^x \frac{1-\cos t}{\ln(t^2+1)} dt = \alpha;$$

$$21. \int_0^x \frac{\arctan t}{t\sqrt{t}} dt = \alpha;$$

$$22. \int_0^x \frac{\arctan t}{t\sqrt{t}} dt = \alpha;$$

$$23. \int_0^x t \cos(\sin t) dt = \alpha;$$

$$24. \int_0^x \sqrt{\frac{t^2+1}{|t^2-1|}} dt = \alpha$$

$$25. \int_0^x \sqrt[3]{\frac{t^2+1}{t^2-1}} dt = \alpha$$