

Лекция 12. Задачи по геометрии, математика.

Объекты: точки, векторы, отрезки, углы.

```
struct Point { double x, y; };
struct Vector { double x, y; }
struct Segment1 { double x1, x2; };
struct Segment2 { Point p1, p2; };
struct Line { double a,b,d; };           // ax + by + d = 0,   a^2 + b^2 = 1;
```

Можно составить "библиотечку" для базовых операций аналитической геометрии.

```
double Length(Vector v) { return sqrt(v.x*v.x + v.y*v.y); }
double SProduct(Vector v, Vector u) { return v.x*u.x + v.y*u.y; }
double VProduct(Vector v, Vector u) { return v.x*u.y - v.y*u.x; }
double Angle(Vector v, Vector u);    // atan2(y,x);
```

```
Line LineFromPointVector (Point p, Vector v);
Point Intersection (Line a, Line b);    // !!! проверка на существование !!!
double Distance (Line a, Point p);
и т.п.
```

Задачи из списка.

1. Самопересечение ломаной. Ломаная — массив точек.

Как проверить пересечение двух отрезков:

— концы каждого отрезка лежат по разные стороны от прямой другого отрезка.
вершины - отрезки сторон - проверка пересечения отрезков ($O(n^2)$).

ВАЖНО !!! Вычислительная погрешность -> совпадение точек проверяется/фиксируется с некоторой точностью.

2. Выпуклость многоугольника. Многоугольник — массив точек с заданным направлением обхода.

— проверка, что весь лежит с одной стороны от каждого ребра — $O(n^2)$.

— проверка, что все внутренние углы имеют один знак — $O(n)$.

ВАЖНО !!! устойчивость алгоритма — как реагирует на погрешности
первый - устойчивый, второй — менее устойчивый

3. Под каким углом виден многоугольник.

— минимальный и максимальный угол на вершину (много частных случаев).

— сумма положительных и отрицательных углов из точки на ребра.

4. Где точка относительно многоугольника — внутри, на границе, вне.

— четность количества пересечений луча с границей — много тонких моментов — усложнение

— суммарный угол обхода сторон — устойчиво и $O(n)$.

5. Минимальный и максимальный диаметры (габариты).

Минимальная и максимальная ширина щели, в которую может “протиснуться” этот многоугольник.

Для максимального — расстояние между вершинами (max).

для минимального — расстояние от вершины до стороны (min max).

6. Покрытие отрезками другого отрезка на прямой.

Упорядочиваем по первой координате. Потом собираем связные объединения.

7. Расстояние между многоугольниками.

По определению — расстояние от вершин одного до сторон другого и наоборот.

8. Расстояние между выпуклыми многоугольниками за $O(n + m)$.

Выбираем две произвольные точки и потом запускаем процесс “попеременного сближения”, пока он не остановится.

9. Клипирование отрезков по прямоугольнику.

Отсечение по x , потом отсечение по y .

10. Минимальный охватывающий круг.

Сжатие “охватывающего” кольца. С фиксацией на одной точке, на двух точках, на трех точках. Проверка на тупоугольный треугольник с переходом к наибольшей хорде.

11. Наибольший отрезок объединения.

Идейно совпадает с 6 задачей.

12. Растущие круги на плоскости.

Моделирование процесса (последовательно набора состояний этих кругов). Состояние круга — радиус и расстояние до ближайшего (и признак — еще растет или уже остановился).

13. Выпуклая оболочка.

Алгоритм обрачивания по углу.

Алгоритм обрачивания сверху и снизу.

Алгоритм “разделяй и властвуй”(не рассказав)

14. Раздувание или сжатие выпуклого многоугольника.

Наружу — просто сдвиг вершин по биссектрисам углов.

Внутрь — тоже сдвиг по биссектрисам, но с проверкой раннего пересечения биссектрис.