

## Лекция 10. Представление чисел и последствия этого

### Представление целых чисел

Неотрицательное целое число — обычный двоичный код в рамках заданного количества байтов.  $25 = 16 + 8 + 1 \rightarrow > 00011001 \quad 0x19$

диапазон unsigned от 0 до  $2^{k-1}$ , например, unsigned char — 0 — 255

Отрицательные целые — обратный код = дополнительный код + 1

$-25 : 00011001 \rightarrow 11100110 + 1 \rightarrow 11100111$

в частности,  $-1 \rightarrow 11111111$

Позволяет не задумываться о знаке при сложении

$25 + (-25) : 00011001 + 11100111 = 100000000$ , старшая 1 выходит за разрядность

При сдвиге вправо знаковых целых заполнение происходит старшим битом (сохраняется знак)

$25 >> 2 \quad 00011001 \rightarrow 00000110 \quad (\text{это } 6)$

$(-25) >> 2 \quad 11100111 \rightarrow 11111001 \quad (\text{это } -7 = \text{целая часть } -25/4)$

Переполнение — сумма положительных может стать отрицательным  
сумма беззнаковых может стать меньше исходных слагаемых

### Представление вещественных чисел

Стандарт IEEE 754 (редакция 2008 г)

Число с плавающей точкой (floating point number)

$x = M \cdot 2^P$ ,  $M$  — мантисса,  $P$  — порядок, для единственности  $1 \leq M < 2$ .

Стандарт описывает много всего:

собственно представления чисел с разной точностью

понятия специальных чисел

операции и округления

вычисление элементарных функций

вычисления со специальными числами

и пр.

Мы рассмотрим только представления для float и double

float	знак 1 бит   порядок 8 бит   мантисса 23 бита
double	знак 1 бит   порядок 11 бит   мантисса 52 бита

мантисса — без старшей единицы

порядок со сдвигом (на половину разрядности, т.е.  $P + 2^{k-1} - 1$  т.е. +127 или +1023)

соответственно формально минимальный порядок

00000000	$\rightarrow 2^{\{-127\}}$	00000000000	$\rightarrow 2^{\{-1023\}}$
11111111	$\rightarrow 2^{\{+128\}}$	11111111111	$\rightarrow 2^{\{+1024\}}$

разбиение числовой оси:

порядок	мантисса	
x 00...00 00...00		+ - ноль
x 00...00 00...01		денормализованные числа (min)
x 00...00 11...11		денормализованные числа (max)
x 00...01 00...00		нормализованные числа (min)
x 11...10 11...11		нормализованные числа (max)
x 11...11 00...00		+ - бесконечность INF
x 11...11 xx...xx		NaN not a number

Нетрудно вычислить диапазоны этих чисел и расстояния между соседними представимыми числами

минимальное нормализованное число float	$2^{-126} \sim 1.175^{-38}$
максимальное нормализованное число float	$2^{127}(2 - 2^{-23}) \sim 3.4^{+38}$
шаг денормализованных чисел	$2^{-126-23} = 2^{-149} \sim 1.4^{-45}$
минимальное нормализованное число double	$2^{-1022} \sim 2.2^{-308}$
максимальное нормализованное число double	$2^{1023}(2 - 2^{-52}) \sim 1.8^{+308}$
шаг денормализованных чисел	$2^{-1022-52} = 2^{-1074} \sim 4.9^{-324}$

Вычисления проводятся с дополнительным количеством знаков (80 для мантиссы). Округление результата до ближайшего представимого числа при арифметических операциях.

**Примеры:** Несколько примеров влияния специфики представления чисел на вычисления