

## Задачи для 1 курса (2023-2024 уч. год.)

### 5. Задачи на обработку множества точек

В следующих задачах предполагается, что в файле записано несколько пар чисел, которые можно рассматривать как координаты множества точек на плоскости, как координаты множества концов отрезков на прямой, или как соответствующие координаты геометрических фигур.

При решении этих задач следует предусмотреть возможность отрисовки получившихся фигур и, возможно, исходных данных. Это можно легко сделать, например, с помощью приложения Gnuplot, если сохранить в файле координаты ломаных линий, составляющих искомые фигуры.

Как все помнят, вещественные числа в вычислительных задачах некорректно сравнивать на равенство или неравенство. Поэтому в данных задачах совпадение геометрических точек нужно рассматривать в рамках заранее заданной точности  $\varepsilon$ , например,  $10^{-6}$ .

При решении задач надо использовать структуры C++ с подходящим переопределением операций.

1. Множество точек определяет ломаную. Имеет ли она самопересечения?
2. Множество точек определяет многоугольник. Является ли он выпуклым?
3. Множество точек определяет многоугольник. Определить угол, под которым данный многоугольник виден из заданной точки.
4. Множество точек определяет многоугольник. Для данной точки определить где она расположена относительно этого многоугольника: внутри, снаружи, на границе.
5. Множество точек определяет выпуклый многоугольник. Найти его минимальный и максимальный диаметры (т.е. размер “щели”, в которую он еще может протиснуться ( $\min$ ) и которую он еще будет касаться при протискивании ( $\max$ )).
6. Множество точек определяет выпуклый многоугольник. Найти прямоугольник минимальной площади, который охватывает данный многоугольник (стороны многоугольника не обязательно параллельны осям).
7. Дано множество отрезков на прямой. Покрывается ли первый отрезок из этого множества объединением всех оставшихся отрезков?
8. Дано множество отрезков на прямой. Выбрать из него и вывести те отрезки, объединение которых дает отрезок наибольшей длины.
9. Два множества точек задают два многоугольника (без самопересечений, но не обязательно выпуклые). Определить расстояние между этими многоугольниками
10. Два множества точек задают два выпуклых многоугольника, не лежащих один внутри другого. Определить расстояние между этими многоугольниками с линейной оценкой трудоемкости по суммарному количеству вершин.
11. Дано неупорядоченное множество отрезков на плоскости. Образуют ли эти отрезки замкнутый многоугольник без самопересечений? Если да, то построить этот многоугольник.
12. Дан прямоугольник на плоскости и семейство отрезков. Построить отрезки, которые получаются в результате пересечения данных отрезков с прямоугольником (клипирование).
13. Дано множество точек на плоскости. Построить минимальное покрывающее дерево для этого множества.
14. Даны центры равномерно растущих кругов на плоскости. При столкновении друг с другом столкнувшиеся круги прекращают свой рост. Найти радиусы кругов, когда процесс роста остановится полностью.
15. Дано множество точек. Найти центр и радиус минимального круга, который содержит все эти точки.
16. Дано множество точек на плоскости. Построить выпуклую оболочку этого множества.
17. Множество точек определяет выпуклый многоугольник. Построить многоугольник, который получится, если линию, задающую каждую сторону, отодвинуть в перпендикулярном ей направлении на величину  $h$  (можно двигать как “внутри” так и “наружу”).
18. Дан (невыпуклый) многоугольник. Построить многоугольники, полученные сечением данного многоугольника заданной прямой.
19. Построить лабиринт в прямоугольнике с заданными длинами сторон (целые). Стены параллельны осям координат и соединяют точки с целыми координатами. Ширина прохода равна 1. Лабиринт не содержит замкнутых зон. Точки входа и выхода задаются как параметры. Дополнительно можно наложить условие единственности правильного пути.
20. Даны два выпуклых многоугольника. Построить их пересечение. Можно ли построить алгоритм с линейной трудоемкостью относительно суммарного числа вершин этих многоугольников?